



Cours

1 Résoudre une équation du premier degré

Définitions

a , b , c et d désignent quatre nombres connus et x désigne l'inconnue.

Une **équation du premier degré à une inconnue** est une égalité pouvant s'écrire sous la forme $ax + b = cx + d$.

$ax + b$ est appelé le **membre de gauche** et $cx + d$ est appelé le **membre de droite**.

Résoudre une équation c'est trouver, si elles existent, toutes les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vérifiée.

Propriétés

1. Une égalité reste vraie lorsqu'on ajoute (ou soustrait) un même nombre à ses deux membres. Autrement dit, pour tous nombres a , b et k , si $a = b$ alors $a + k = b + k$ et $a - k = b - k$.
2. Une égalité reste vraie lorsqu'on multiplie (ou divise) ses deux membres par un même nombre. Autrement dit, pour tous nombres a , b et k , si $a = b$ alors $a \times k = b \times k$ et $a \div k = b \div k$ (avec $k \neq 0$).

Exemple : On souhaite résoudre l'équation $5x + 23 = -3x + 7$.

On soustrait 23 à chaque membre afin d'isoler le terme en x à gauche : $5x = -3x - 16$.

On ajoute $3x$ à chaque membre afin d'isoler le terme sans x à droite : $8x = -16$.

On divise chaque membre par 8 afin d'isoler x à gauche : $x = -2$.

La solution de l'équation $5x + 23 = -3x + 7$ est -2 .

2 Résoudre une équation produit

Définition

Une **équation produit** est une équation du type $A \times B = 0$ où A et B sont des expressions.

Propriété

Si un produit de facteurs est nul, alors au moins l'un de ses facteurs est nul.

Exemple :

$(3x - 12)(-2x + 4) = 0$ est une équation de type produit.

On a donc $3x - 12 = 0$ ou $-2x + 4 = 0$.

Remarque : Il est parfois nécessaire de factoriser pour obtenir une équation produit.

3 Résoudre une équation de la forme $x^2 = a$

Propriété

- Si $a > 0$ alors les solutions de l'équation $x^2 = a$ sont $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$.
- Si $a = 0$ alors la solution de l'équation $x^2 = a$ est 0.
- Si $a < 0$ alors l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.

Exemples :

1. Les solutions de l'équation $x^2 = 81$ sont -9 et 9 et celles de $x^2 = 31$ sont $-\sqrt{31}$ et $\sqrt{31}$.
2. La solution de l'équation $x^2 = 0$ est 0.
3. L'équation $x^2 = -20$ n'a pas de solution car le carré d'un nombre est toujours positif.

Remarque : Résoudre $x^2 = a$ (avec $a \geq 0$) revient à résoudre l'équation produit $(x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a}) = 0$.

4 Modéliser un problème par une équation

Marche à suivre

Pour modéliser un problème par une équation afin de le résoudre, on doit suivre les étapes suivantes.

1. **Choisir l'inconnue :** on désigne par une lettre une valeur inconnue dans le problème.
2. **Mettre en équation :** on traduit l'énoncé du problème par une équation.
3. **Résoudre l'équation :** on résout l'équation en utilisant les propriétés.
4. **Vérifier les solutions :** on remplace l'inconnue par chacune des solutions trouvées dans chaque membre de l'équation pour vérifier que l'égalité est vraie. On vérifie la cohérence des solutions trouvées avec le problème à résoudre.
5. **Répondre au problème.**

Exemple :

Juliette, Pierre et Sacha possèdent 225 € à eux trois. Pierre a 15 € de moins que Juliette et Sacha a le double de la somme détenue par Juliette. Déterminer la somme d'argent de chacun.

1. On désigne par x la somme d'argent possédée par Pierre.
2. Puisqu'à eux trois ils possèdent 225 € alors $x + (x + 15) + 2(x + 15) = 225$.
3. $2x + 15 + 2x + 30 = 225$
 $4x + 45 = 225$
 $4x = 180$
 $x = 45$
4. $45 + (45 + 15) + 2(45 + 15) = 45 + 60 + 120 = 225$
5. Pierre possède 45 €, Juliette 60 € et Sacha 120 €.