

# Études énergétiques en mécanique

## Exercices

### 1. Énergie cinétique et travail d'une force

1. L'énergie cinétique d'une balle de golf de masse  $m = 100 \text{ g}$  et d'une vitesse de  $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  vaut :

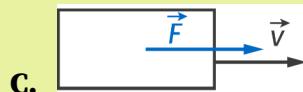
$$E_c = \frac{1}{2}m \cdot v^2 = \frac{1}{2}100 \times 10^{-3} \times \left(\frac{36,0}{3,6}\right)^2 = 5,00 \text{ J}$$

A. 5,00 J. Explication :

2. Une force est dite conservative si :

B. le travail de cette force est indépendant du chemin suivi par le système.

3. Le travail de la force  $\vec{F}$  est moteur dans le cas :



C. La variation d'énergie cinétique d'un système se déplaçant d'un point A à un point B s'écrit :

$$\mathbf{C.} \Delta E_C = \Sigma W_{AB}(\vec{F})$$

### 2. Énergie potentielle de pesanteur

1. L'énergie potentielle de pesanteur d'un plongeur de masse  $m = 100 \text{ kg}$  situé à 20 m sous le niveau de la mer, en prenant le niveau de la mer pour référence des énergies potentielles, vaut :

$$\mathbf{A.} E_{pp} = m \cdot g \cdot z = 100 \times 10 \times (-20) = -2,0 \times 10^4 \text{ J}$$

2. L'énergie potentielle de pesanteur est nulle :

B. à une hauteur arbitrairement choisie.

### 3. Énergie mécanique

1. Lorsque l'énergie mécanique d'un système se conserve alors :

$$\mathbf{B.} \Delta E_m = 0 \text{ J.}$$

2. La variation d'énergie mécanique d'une balle chutant du dernier étage d'un immeuble haut de 80,0 m vaut  $\Delta E_m = -904 \text{ J}$  :

C. l'intensité des forces de frottement est égale à  $f = 11,3 \text{ N}$ .

$$\Delta E_m = 904 \text{ J} = \Sigma W_{AB}(\vec{f}_{nc}) = -f \times AB \Leftrightarrow f = \frac{\Delta E_m}{AB} = \frac{904}{80,0} = 11,3 \text{ N}$$

Explication :

### 14. La panenka (1)

1. L'analyse de l'énoncé est ici à mettre en relation avec l'allure des courbes représentées sur le **doc. 3**. En effet, le ballon est initialement au sol. Son énergie potentielle de pesanteur est donc nulle. Sur le graphique, seule la **courbe 3** correspond à cette situation. La **courbe 2** correspond à l'énergie cinétique du ballon, puisque le ballon est frappé avec une vitesse initiale non nulle en  $x = 0$ , donc son énergie cinétique à l'instant initial  $t = 0$  est non nulle. Enfin, l'énergie mécanique correspond à la somme des énergies cinétique et potentielle de pesanteur, ce qui se traduit par la **courbe 1** sur le graphique.

2. L'énergie mécanique du ballon se conserve au cours de son mouvement puisque son évolution est constante d'après la question précédente. Les forces de frottements liés à l'air sont négligés dans cet exercice.

**3. a.** Lorsqu'il est en A, le ballon a parcouru la distance  $x_A = d = 11$  m. Sur le graphique, il s'agit de déterminer l'ordonnée du point  $x_A$  à partir de la courbe 3. On trouve :  $E_{\text{pp}}(\text{A}) \simeq 12,5$  J.

**b.** Par définition de l'énergie potentielle de pesanteur appliquée à la situation, on en déduit :

$$E_{\text{pp}} = m \cdot g \cdot z_A \Leftrightarrow z_A = \frac{E_{\text{pp}}}{m \cdot g} = \frac{12,5}{650 \cdot 10^{-3} \times 9,81} \simeq 2,0 \text{ m}.$$

**4. a.** D'après la question 2, l'énergie mécanique se conserve. Ainsi :  $\Delta E_m = 0$  | c'est-à-dire  $E_m(\text{A}) = E_m(0)$   
 $\Leftrightarrow E_C(\text{A}) + E_{\text{pp}}(\text{A}) = E_C(0) \Leftrightarrow E_C(\text{A}) + E_{\text{pp}}(\text{A})$

$$= E_C(0) \Leftrightarrow E_C(\text{A}) = E_C(0) - E_{\text{pp}}(\text{A}).$$

Sachant que  $E_C = \frac{1}{2}m \cdot v^2$  | et  $E_{\text{pp}} = m \cdot g \cdot h$  | alors :  $\frac{1}{2}m \cdot v_A^2 = \frac{1}{2}m \cdot v_0^2 - m \cdot g \cdot z_A \Leftrightarrow v_A = \sqrt{v_0^2 - 2gz_A}$ .

**4. b.** Ainsi nous pouvons en déduire la vitesse du ballon lorsqu'il franchit la ligne de but :

$$v_A = \sqrt{v_0^2 - 2gz_A} = \sqrt{(11,5)^2 - 2 \times 9,81 \times 2,0} = 9,6 \text{ m.s}^{-1}$$

## 15. La panenka (2)

**1.** D'après le graphique, la **courbe 3** correspond à l'énergie mécanique du système, car elle est la somme des énergies cinétique et potentielle de pesanteur et se retrouve donc au-dessus des deux autres courbes sur le graphe. Cette courbe est une droite horizontale. L'énergie mécanique est donc constante, ce qui signifie que le système n'est soumis à aucun frottement.

**2.** l'énergie mécanique se conserve. Ainsi :  $\Delta E_m = 0$ , soit :

$$E_m(\text{A}) = E_m(0) \Leftrightarrow E_C(\text{A}) + E_{\text{pp}}(\text{A}) = E_C(0) + E_{\text{pp}}(0) \Leftrightarrow E_C(\text{A}) + E_{\text{pp}}(\text{A})$$

$$= E_C(0) \Leftrightarrow E_C(\text{A}) = E_C(0) - E_{\text{pp}}(\text{A}).$$

Sachant que  $E_C = \frac{1}{2}m \cdot v^2$  | alors :  $\frac{1}{2}m \cdot v_A^2 = \frac{1}{2}m \cdot v_0^2 - E_{\text{pp}}(\text{A}) \Leftrightarrow v_A = \sqrt{v_0^2 - \frac{2E_{\text{pp}}(\text{A})}{m}}$ . D'après le **doc. 3**, la valeur de  $E_{\text{pp}}(\text{A})$  se détermine en évaluant l'ordonnée du point d'abscisse  $x = x_A = d = 11$  m. On lit :

$$E_{\text{pp}}(\text{A}) \simeq 12,5 \text{ J. Ainsi } v_A \simeq \sqrt{(11,5)^2 - \frac{2 \times 12,5}{650 \times 10^{-3}}} \simeq 9,7 \text{ m.s}^{-1}.$$

## 16. La panenka (3)

D'après le graphique, la courbe 3 correspond à l'énergie mécanique du système (car elle est la somme des énergies cinétique et potentielle de pesanteur et se retrouve donc au dessus des deux autres courbes sur le graphe). Cette courbe est une droite horizontale. L'énergie mécanique est donc constante, ce qui signifie que le système n'est soumis à aucun frottement. L'énergie mécanique se conserve. Ainsi :  $\Delta E_m = 0$ , soit :

$$E_m(\text{A}) = E_m(0) \Leftrightarrow E_c(\text{A}) + E_{\text{pp}}(\text{A}) = E_c(0) + E_{\text{pp}}(0) \Leftrightarrow E_c(\text{A}) = E_c(0) - E_{\text{pp}}(\text{A}).$$

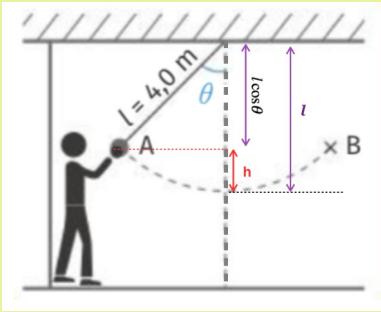
Sachant que  $E_c = \frac{1}{2}m \cdot v^2$  | alors :  $\frac{1}{2}m \cdot v_A^2 = E_c(0) - E_{\text{pp}}(\text{A}) \Leftrightarrow v_A = \sqrt{\frac{2}{m}(E_c(0) - E_{\text{pp}}(\text{A}))}$ . D'après le **doc. 3**, la valeur de  $E_{\text{pp}}(\text{A})$  se détermine en évaluant l'ordonnée du point d'abscisse  $x = x_A = d = 11$  m. On lit :  $E_{\text{pp}}(\text{A}) \simeq 12,5 \text{ J}$  et  $E_c(0) \simeq 43 \text{ J}$ . Ainsi :

$$v_A = \sqrt{\frac{2}{m}(E_c(0) - E_{\text{pp}}(\text{A}))} = \sqrt{\frac{2}{0,650}(43 - 12,5)} = 9,7 \text{ m.s}^{-1}$$

.

## 18. Risquer sa vie !

1. D'après le schéma suivant, on en déduit que :



$$l = l \cos \theta + h \Leftrightarrow h = l - l \cos \theta = l \cdot (1 - \cos \theta)$$

2. L'énergie potentielle de la boule lorsqu'elle se trouve en A (à l'instant initial) s'écrit alors :  $E_{pp}(A) = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos \theta)$ .

3. Dans cet exercice, les forces de frottements liées à l'air agissant sur la boule ne sont pas négligées. En effet, les oscillations seront de plus en plus amorties au cours du mouvement. Le graphique a. peut donc être écarté. La boule est lâchée du point A. son altitude  $h$  (déterminée à la question 1.) est non nulle. Son énergie potentielle de pesanteur est donc non nulle et vaut :

$$E_{pp}(A) = m \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos \theta) = 15 \times 9,81 \times 4,0 \times (1 - \cos(45))$$

$E_{pp} = 172 \text{ J}$  ce qui correspond donc au graphique c.

## 23. Exploiter le théorème de l'énergie cinétique

$$\begin{aligned} 1. \Delta E_C &= E_C(80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}) - E_C(90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}) \\ &= \frac{1}{2} \times 1000 \times \left(\frac{80}{3,6}\right)^2 - \frac{1}{2} \times 1000 \times \left(\frac{90}{3,6}\right)^2 = -6,6 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

2. Tant que la voiture est sur une route horizontale, le travail du poids est nul. En effet le poids  $\vec{P}$  est perpendiculaire au déplacement  $\vec{AB}$ . Le travail vaut :  $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = 0 \text{ J}$ .

3. Selon le théorème de l'énergie cinétique, entre l'instant où la voiture roule à  $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  et l'instant où elle s'arrête  $v_{\text{arrêt}} = 0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , l'énergie cinétique se calcule telle que :

$$\begin{aligned} \Delta E_C &= \Sigma W(\vec{F}) = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) = 0 + W(\vec{f}) = W(\vec{f}), \text{ donc} \\ W(\vec{f}) &= \Delta E_C = -\frac{1}{2}m \cdot 0^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_{\text{freinage}}^2 = -\frac{1}{2} \times 1000 \times \left(\frac{90}{3,6}\right)^2 = \\ &= -3,1 \cdot 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

Les forces de frottements valent :  $W(\vec{f}) = -f \cdot d \Leftrightarrow f = \frac{-W(\vec{f})}{d} = \frac{2,5 \times 10^5}{41} = 7,6 \times 10^3 \text{ N}$ .

À  $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  et selon le même raisonnement :

$$\begin{aligned} W(\vec{f}) &= \Delta E_C = -\frac{1}{2}m \cdot 0^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_{\text{freinage}}^2 = -\frac{1}{2} \times 1000 \times \left(\frac{80}{3,6}\right)^2 = \\ &= -2,5 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

La distance de freinage s'obtient à partir de l'expression du travail des forces de frottement :

$$W(\vec{f}) = -f \cdot d \Leftrightarrow d = \frac{-W(\vec{f})}{f} = \frac{2,5 \times 10^5}{7,6 \times 10^3} = 33 \text{ m}.$$

La distance de freinage à  $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  est d'environ 33 m.

## 29. Chute dans l'atmosphère de Jakku

1. À l'entrée dans l'atmosphère de Jakku, en considérant  $h = 30$  km l'épaisseur de l'atmosphère de Jakku, l'énergie mécanique vaut :

$$\begin{aligned} E_m(\text{atmo}) &= \frac{1}{2}m \cdot v_e^2 + m \cdot g \cdot h \\ &= \frac{1}{2} \times 10,0 \times 10^3 \times 50^2 + 10,0 \times 10^3 \times 7,2 \cdot 30 \times 10^3 = 2,17 \times 10^9 \text{ J} \end{aligned}$$

Au niveau du sol :  $E_m(\text{sol}) = \frac{1}{2}m \cdot v_{\text{sol}}^2 + 0 = 1,80 \times 10^7 \text{ J}$ .

2. Lors de la rentrée dans l'atmosphère, l'énergie dispersée  $Q$  résulte des forces de frottements liées à l'air et s'exerçant sur le vaisseau.

Ainsi :  $Q = W_{AB}(\vec{f}) = \Delta E_m = E_m(\text{sol}) - E_m(\text{atmo}) = -2,17 \times 10^9 \text{ J}$ .

## 33. Un alpiniste en péril

Il s'agit ici de savoir si l'alpiniste pourra ou non rejoindre la plateforme. Pour cela il faut vérifier que la tension de la corde est inférieure à 3 500 N lors de son mouvement d'oscillation pour rejoindre la plateforme, auquel cas cette dernière craquerait.

D'après le **doc. 2**, la tension de la corde s'exprime par la relation :

$$T = m \cdot g \cdot \cos(\theta) + \frac{m \cdot v^2}{L}.$$

D'après l'énoncé, l'angle que doit faire la corde avec la verticale pour qu'il puisse atteindre la plateforme doit être égal à  $\theta_{\text{max}} = 40^\circ$ . Dans un premier temps, on détermine l'expression de la tension maximale de la corde

$$\begin{aligned} T_O &= m \cdot g \cdot \cos(0) + \frac{m \cdot v_O^2}{L} \quad \text{avec } v_O \text{ la vitesse de l'alpiniste} \\ \text{lorsque l'alpiniste se trouve au point O : } &T_O = m \cdot g \cdot \cos(0) + \frac{m \cdot v_O^2}{L} \\ \text{lorsqu'il se trouve en O. À partir du principe de conservation de l'énergie mécanique entre les point A et O, si} \\ \text{l'alpiniste n'est soumis à aucune force de frottements : } &\Delta E_m = 0 = [E_{\text{pp}}(A) + E_c(A)] - [E_{\text{pp}}(O) + E_c(O)] \\ \Leftrightarrow [m \cdot g \cdot z_A + 0] - [\frac{1}{2}m \cdot v_O^2 + 0] &\Leftrightarrow v_O = \sqrt{2g \cdot z_A}. \end{aligned}$$

Or, d'après la figure :  $z_A = L - L \cos(\theta) = L(1 - \cos(\theta))$ .

Ainsi :  $v_O = \sqrt{2g \cdot L(1 - \cos(\theta))}$ .

Cette relation permet d'écrire :

$$T_O = m \cdot g \cdot \cos(0) + \frac{m \cdot 2g \cdot L(1 - \cos(\theta))}{L}$$

$= m \cdot g + 2m \cdot g \cdot (1 - \cos(\theta)) = 3,6 \cdot 10^3 \text{ N}$ . Cette valeur est supérieure à la valeur limite de la tension qui est de 3 500 N alors la corde va craquer et l'alpiniste ne pourra pas atteindre la plateforme.